

EJERCICIOS CON SERIES SEXTICAS

En este artículo se presentan tres ejercicios que ejemplifican el uso modular de sextales en la determinación de SERIES de primos y pseudo primos del Primer y Quinto sextal.

A continuación se presentan tres series numéricas en las que se pide determinar el número o números subsiguientes de la serie así como la ley de composición de dichas series. Lo interesante de los ejercicios es que los términos de las series pueden presentar mas de una expresión general que los describa.

EJERCICIO 1

Hallar el décimo término de la serie y determine la expresión que describe mejor los términos del conjunto:

$$Q_1 = \{1, 5, 13, 29, 61, 125, 253, 509, \dots\}$$

EJERCICIO 2

Determine la expresión que describe mejor los términos del conjunto:

$$Q_2 = \{1, 5, 7, 17, 31, 65, \dots\}$$

EJERCICIO 3

Determine la expresión que describe mejor los términos del conjunto:

$$Q_3 = \{1, 5, 7, 17, 31, 65, \dots\}$$

ANÁLISIS Y SOLUCIÓN AL EJERCICIO 1

En primer lugar debemos establecer que los elementos del conjunto Q a pesar de que en apariencia parecen números primos, no lo son, tal es el caso de 125 y 253.

Resulta interesante además que existen varias expresiones que se ajustan perfectamente a los casos:

Caso 1: El numero subsiguiente es igual al doble del número anterior más 3.

$$\begin{aligned} a_n &= 2a_{n-1} + 3 \\ 2045 &= 2(1021) + 3 \end{aligned}$$

Caso 2: El numero subsiguiente es igual a la potencia $n + 1$ de 2 menos 3.

$$\begin{aligned} a_n &= 2^{n+1} - 3 \\ 2045 &= 2^{11} - 3 \end{aligned}$$

Caso 3: El número subsiguiente es igual a la potencia n de 2 más el número anterior.

$$\begin{aligned} a_n &= 2^n + a_{n-1} \\ 2045 &= 2^{10} + 1021 \end{aligned}$$

En el cuadro siguiente se muestra las series según las expresiones algebraicas propuestas.

N°	$2a_{n-1} + 3$	$2^{n+1} - 3$	$2^n + a_{n-1}$
1	1	1	1
2	5	5	5
3	13	13	13
4	29	29	29
5	61	61	61
6	125	125	125
7	253	253	253
8	509	509	509
9	1021	1021	1021

Cuál es la explicación de por qué esta serie, tan particular, pueda describirse por expresiones tan diversas.

La respuesta está en que los términos de la serie se ajustan modularmente a la teoría de sextales, por lo cual se pueden tomar como referencias ejes equidistantes y revoluciones diestras o siniestras.

Así se tiene que los elementos de la serie se alternan entre números de la forma:

$$6n + 1 \text{ y } 6n + 5,$$

En consecuencia se tratan de números PRIMOS y pseudo primos. Por tanto, se distancia de un múltiplo de 6 en ± 1 y de ± 3 con respecto a una potencia 2^n del eje II.

Aplicando leyes de modularidad en base 6 por ejemplo obsérvese el comportamiento siguiente.

$$2^{m=2n} - 3 = \omega_4 - 3 = \omega_1$$

$$2^{m=2n+1} - 3 = \omega_2 - 3 = \omega_5$$

$$a_n = 2^m - 3 \begin{cases} \omega_1, m \rightarrow 2n, |n \geq 1 \\ \omega_5, m \rightarrow 2n + 1, |n \geq 1 \end{cases}$$

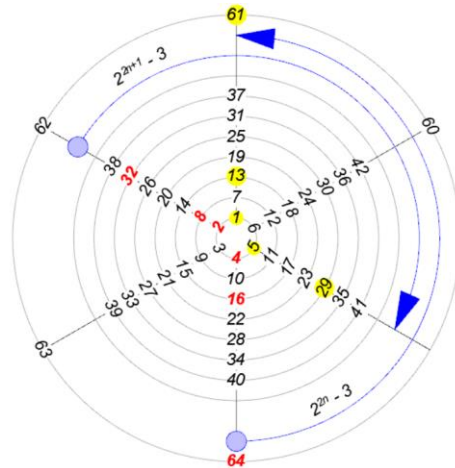
Así que en general:

$$a_n = 2^m - 3, |m > 1$$

En el siguiente grafico modular en base 6 se puede apreciar con mayor calidad el comportamiento de los elementos de la serie.

Las potencias de dos $\{2, 4, 8, 16, 32, \dots, 2^m\}$ se acomodan en los sub ejes II y IV y los números de la serie:

$Q_1 = \{1, 5, 13, 29, 61, 125, 253, 509, 1021, \dots\}$ en los sub ejes I y V.



SOLUCIÓN AL EJERCICIO 2

$$a_n = \begin{cases} \omega_1 = 2^m - 1, & m \rightarrow 2n + 1, |n \geq 1 \\ \omega_5 = 2^m + 1, & m \rightarrow 2n, |n \geq 1 \end{cases}$$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_2	1	5	7	17	31	65	127	257	511	1025

SOLUCIÓN AL EJERCICIO 3

$$a_n = \begin{cases} \omega_1 = 3^m - 2, & m \rightarrow 2n + 1, |n \geq 1 \\ \omega_5 = 3^m + 2, & m \rightarrow 2n, |n \geq 1 \end{cases}$$

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q_3	1	11	25	83	241	731	2185	6563	19681

Por Ruben Dario Muñoz López

2021